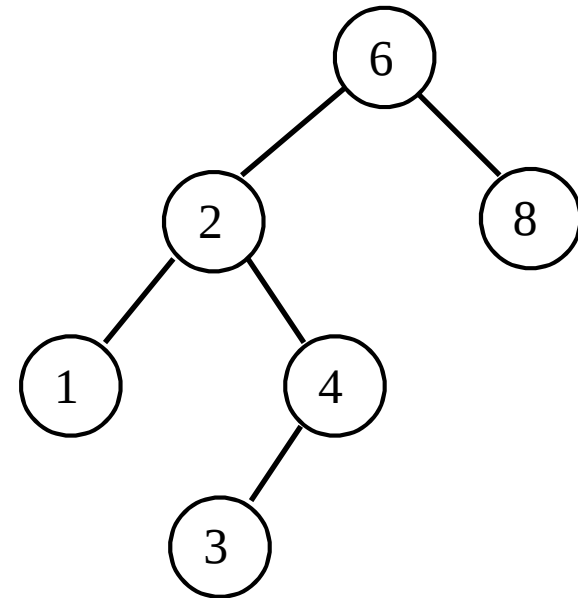


ÁRVORES ABB (ÁRVORES BINÁRIAS DE BUSCAS)

✕ Sérgio Carlos Portari Júnior

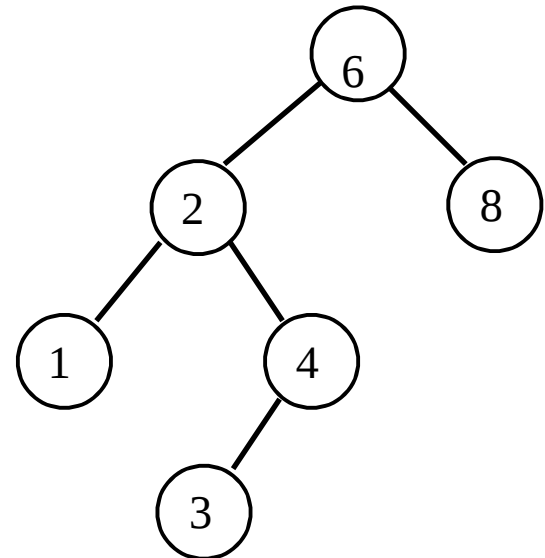
Árvore Binária de Busca (ABB)

- o valor associado à raiz é sempre maior que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à esquerda (*sae*) e
- o valor associado à raiz é sempre menor ou igual (para permitir repetições) que o valor associado a qualquer nó da sub-árvore à direita (*sad*)
- quando a árvore é percorrida em ordem simétrica (*sae - raiz - sad*), os valores são encontrados em ordem não decrescente



Pesquisa em Árvore Binária de Busca

- compare o valor dado com o valor associado à raiz
- se for igual, o valor foi encontrado
- se for menor, a busca continua na sae
- se for maior, a busca continua na sad



Tipo Árvore Binária de Busca

- árvore é representada pelo ponteiro para o nó raiz

```
struct noArv {  
    int info;  
    struct noArv* esq;  
    struct noArv* dir;  
};  
  
typedef struct noArv NoArv;
```

ABB: Criação

- árvore vazia representada por NULL:

```
NoArv* abb_cria (void)
{
    return NULL;
}
```

ABB: Impressão

- imprime os valores da árvore em ordem crescente, percorrendo os nós em ordem simétrica

```
void abb_imprime (NoArv* a)
{
    if (a != NULL) {
        abb_imprime(a->esq);
        printf("%d\n", a->info);
        abb_imprime(a->dir);
    }
}
```

ABB: Busca

- explora a propriedade de ordenação da árvore
- possui desempenho computacional proporcional à altura ($O(\log n)$ para o caso de árvore balanceada)

```
NoArv* abb_busca (NoArv* r, int v)
{
    if (r == NULL)
        return NULL;
    else if (r->info > v)
        return abb_busca (r->esq, v);
    else if (r->info < v)
        return abb_busca (r->dir, v);
    else return r;
}
```

ABB: Inserção

- recebe um valor v a ser inserido
- retorna o eventual novo nó raiz da (sub-)árvore
- para adicionar v na posição correta, faça:
 - se a (sub-)árvore for vazia
 - crie uma árvore cuja raiz contém v
 - se a (sub-)árvore não for vazia
 - compare v com o valor na raiz
 - insira v na sae ou na sad, conforme o resultado da comparação

```

NoArv* abb_inserere (NoArv* a, int v)
{
    if (a==NULL) {
        a = (NoArv*)malloc(sizeof(NoArv)) ;
        a->info = v;
        a->esq = a->dir = NULL;
    }

    else if (v < a->info)
        a->esq = abb_inserere(a->esq,v) ;

    else /* v >= a->info */
        a->dir = abb_inserere(a->dir,v) ;

    return a;
}

```

é necessário atualizar os ponteiros para as sub-árvores à esquerda ou à direita quando da chamada recursiva da função, pois a função de inserção pode alterar o valor do ponteiro para a raiz da (sub-)árvore.

cria

insere 6

insere 4

insere 8

insere 2

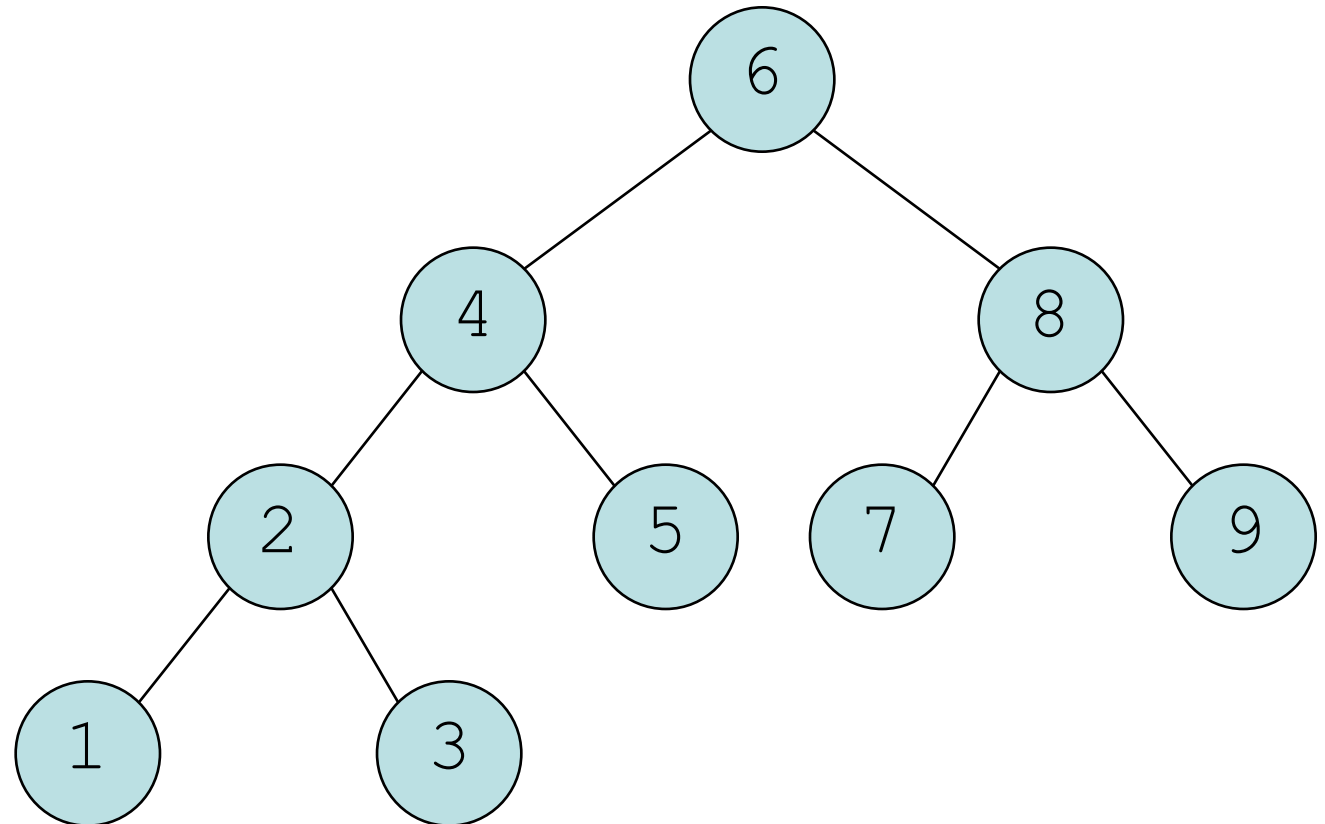
insere 5

insere 1

insere 3

insere 7

insere 9



cria

insere 6

insere 4

insere 8

insere 2

insere 5

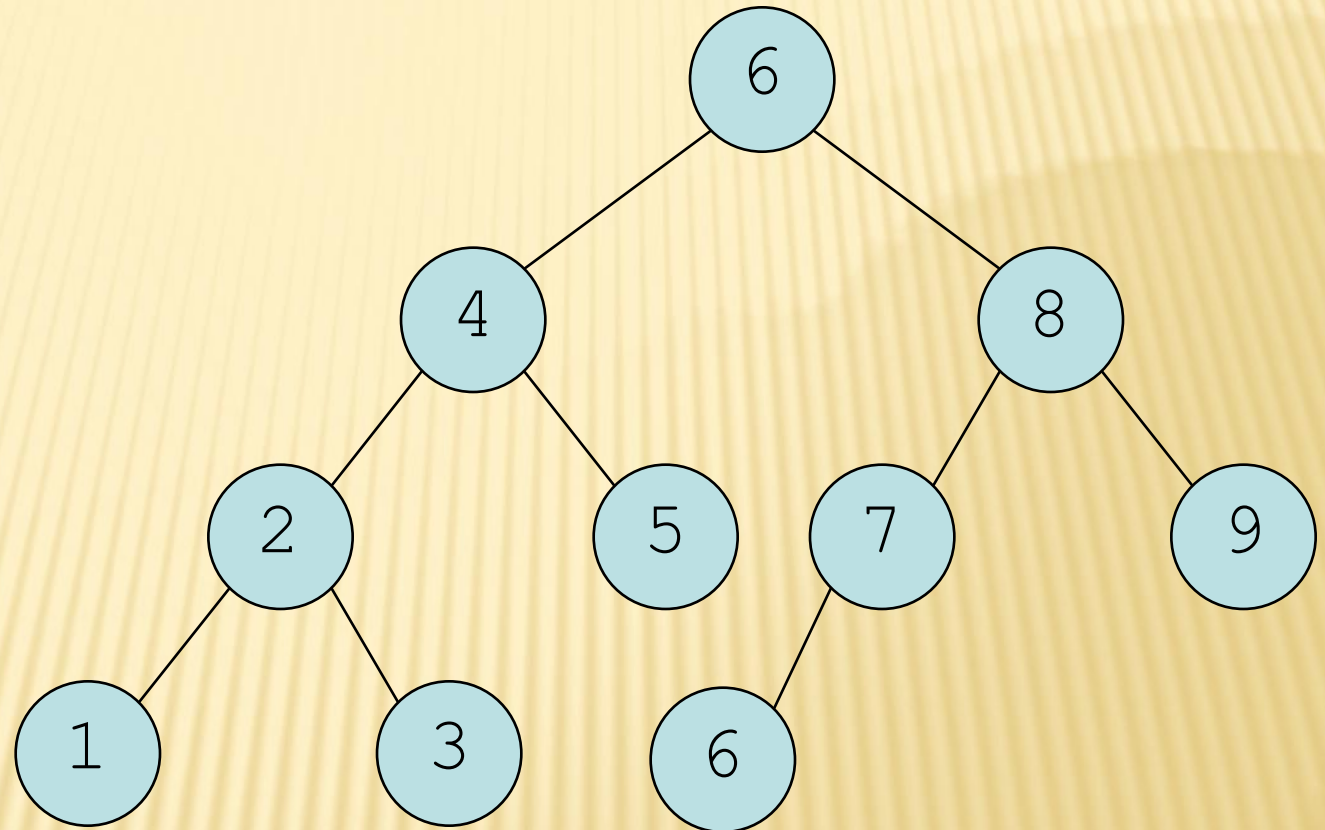
insere 1

insere 3

insere 7

insere 9

insere 6



a repetição está permitida!

```
NoArv* abb_inserere (NoArv* a, int v)
{
    if (a==NULL) {
        a = (NoArv*)malloc(sizeof(NoArv)) ;
        a->info = v;
        a->esq = a->dir = NULL;
    }

    else if (v < a->info)
        a->esq = abb_inserere(a->esq,v) ;

    else if (v > a->info)
        a->dir = abb_inserere(a->dir,v) ;

    return a;
}
```

ABB: Remoção

- recebe um valor v a ser retirado
- retorna a eventual nova raiz da árvore
- para remover v , faça:
 - se a árvore for vazia
 - nada tem que ser feito
 - se a árvore não for vazia
 - compare o valor armazenado no nó raiz com v
 - se for maior que v , retire o elemento da sub-árvore à esquerda
 - se for menor do que v , retire o elemento da sub-árvore à direita
 - se for igual a v , retire a raiz da árvore

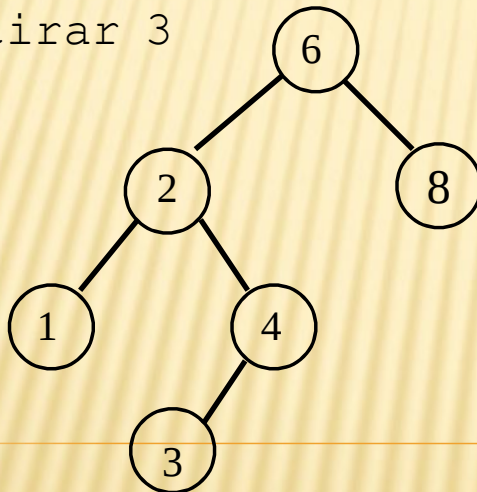
ABB: Remoção

- para retirar a raiz da árvore, há 3 casos:
 - caso 1: a raiz que é folha
 - caso 2: a raiz a ser retirada possui um único filho
 - caso 3: a raiz a ser retirada tem dois filhos

ABB: Remoção de folha

- Caso 1: a raiz da sub-árvore é folha da árvore original
 - libere a memória alocada pela raiz
 - retorne a raiz atualizada, que passa a ser NULL

retirar 3



Retira nó 3

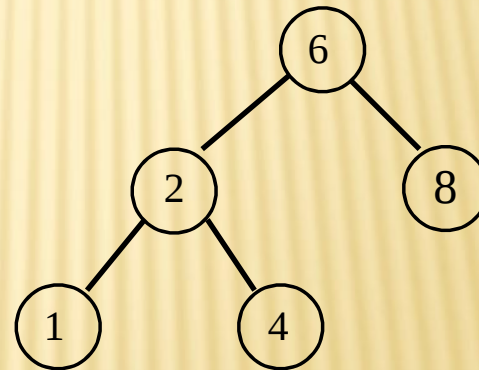


ABB: Remoção de pai de filho único

- Caso 2: a raiz a ser retirada possui um único filho
 - libere a memória alocada pela raiz
 - a raiz da árvore passa a ser o único filho da raiz

retirar 4

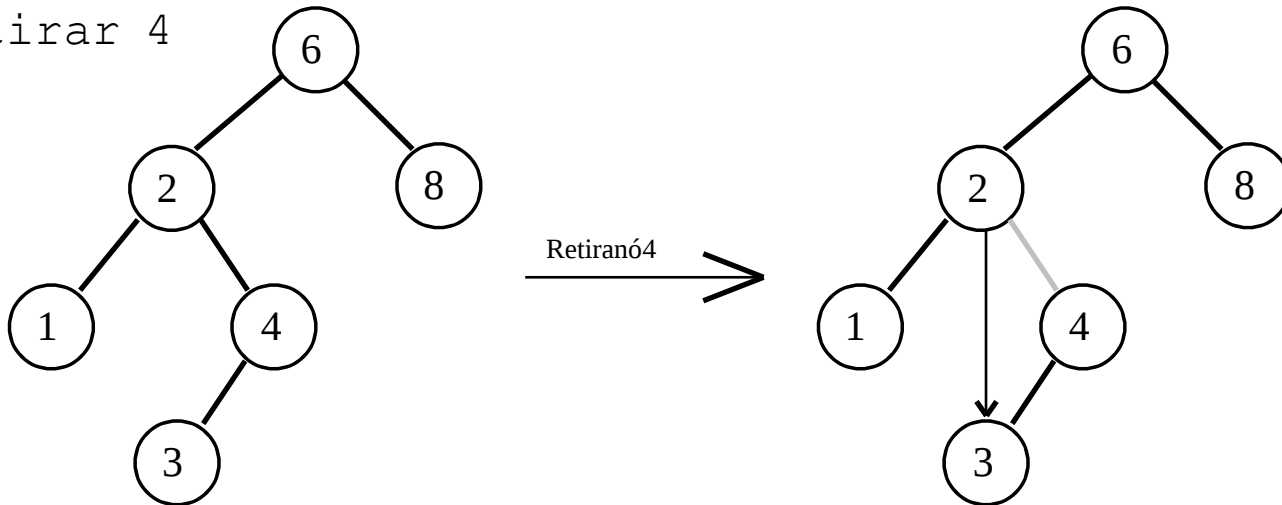
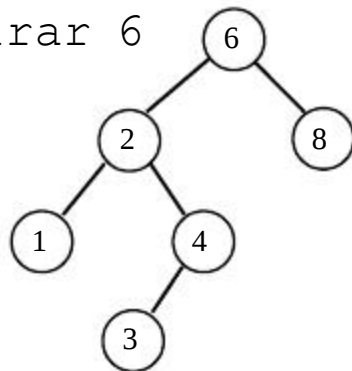


ABB: remoção de pai de dois filhos

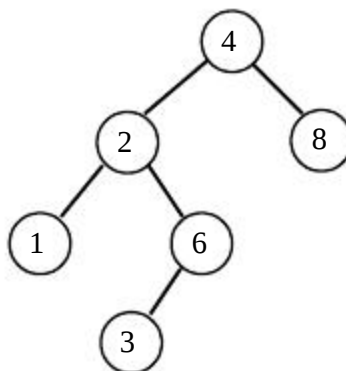
- Caso 3: a raiz a ser retirada tem dois filhos
 - encontre o nó N que precede a raiz na ordenação (o elemento mais à direita da sub-árvore à esquerda)
 - troque o dado da raiz com o dado de N
 - retire N da sub-árvore à esquerda (que agora contém o dado da raiz que se deseja retirar)
 - retirar o nó N mais à direita é trivial, pois N é um nó folha ou N é um nó com um único filho (no caso, o filho da direita nunca existe)

Destruição do nó 6

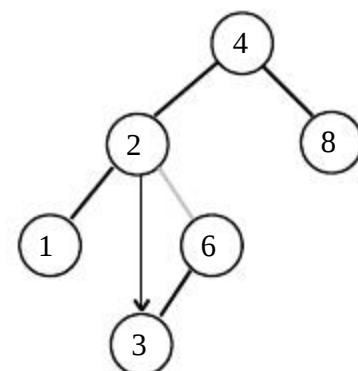
retirar 6



troca 6 com 4



retira n— 6



```

NoArv* abb_retira (NoArv* r, int v)
{
    if (r == NULL)
        return NULL;
    else if (r->info > v)
        r->esq = abb_retira(r->esq, v);
    else if (r->info < v)
        r->dir = abb_retira(r->dir, v);
    else {
        /* achou o nó a remover */

        /* nó sem filhos */
        if (r->esq == NULL && r->dir == NULL) {
            free (r);
            r = NULL;
        }

        /* nó só tem filho à direita */
        else if (r->esq == NULL) {
            NoArv* t = r;
            r = r->dir;
            free (t);
        }
    }
}

```

```
/* só tem filho à esquerda */
```

```
else if (r->dir == NULL) {
```

```
    NoArv* t = r;
```

```
    r = r->esq;
```

```
    free (t);
```

```
}
```

```
/* nó tem os dois filhos */
```

```
else {
```

```
    NoArv* f = r->esq;
```

```
    while (f->dir != NULL) {
```

```
        f = f->dir;
```

```
    }
```

```
    r->info = f->info; /* troca as informações */
```

```
    f->info = v;
```

```
    r->esq = abb_retira(r->esq,v);
```

```
}
```

```
}
```

```
return r;
```

```
}
```

